

Fruchtfolgengenerierung mit Markov-Ketten – eine statistische Simulation

Joachim Aurbacher¹

Abstract – In zahlreichen interdisziplinären Forschungsprojekten besteht die Notwendigkeit, in Landnutzungsmodellen die Landnutzung jahresscharf diskret zu modellieren. Viele gekoppelte Modelle aus anderen Disziplinen, beispielsweise Erosions- oder Pflanzenwachstumsmodelle haben eine bestimmte Landnutzung räumlich verortet als Voraussetzung. Agrarökonomische Modelle auf Basis der Linearen Programmierung liefern jedoch Landnutzungsanteile, die als längerfristige Anteile der Kulturen an der Fruchtfolge interpretiert werden können. In diesem Beitrag wird ein Ansatz vorgestellt, mit dem die Ergebnisse von LP-Modellen durch eine statistische Simulation mit Hilfe eines Markov-Ketten-Ansatzes in Landnutzungsfolgen konvertiert werden können, so dass die Ergebnisse des ökonomischen Modells exakt wiedergegeben werden. Es wird durch eine Monte-Carlo-Simulation gezeigt, dass dieser Ansatz im Mittel zu weniger Abweichung von den gewünschten Landnutzungsanteilen führt, als eine einfache statistische Simulation.

EINLEITUNG

In interdisziplinären Modellen sollen oft agrarökonomische Betriebsmodelle mit Modellen anderer Disziplinen gekoppelt werden, um Interaktionen zwischen Landwirtschaft und anderen Forschungsbereichen wie Erosion, Klimawandel, Biodiversität oder Grundwasserqualität zu untersuchen. Die dafür notwendigen Modelle wie Erosionsmodelle oder Pflanzenwachstumsmodelle arbeiten in der Regel jedoch mit konkreten Landnutzungen für bestimmte Jahre. Agrarökonomische Modelle auf Betriebsebene hingegen verwenden oft die Methode der linearen Programmierung und liefern, selbst wenn sie auf Schlagebene spezifiziert sind, Anteile and Landnutzungen, die als längerfristige Anteile dieser Kulturen an der Fruchtfolge zu interpretieren sind. Die Frage, ob in Landnutzungsmodellen zuerst die Fruchtfolgen definiert werden sollten und daraus die Landnutzungsanteile abgeleitet, oder ob zuerst diese Anteile festgelegt und daraus Fruchtfolgen generiert werden, wurde in der Agrarökonomie bereits kontrovers diskutiert (Kuhlmann et al., 2002). Grundsätzlich gibt es verschiedene Ansätze, mit dieser Aufgabenstellung umzugehen. Eine Möglichkeit besteht darin, die durch agrarökonomische Modelle gefundene aggregierte Landnutzung heuristisch über Disaggregationstools räumlich zu verteilen (Herrmann et al., 2003), wobei jedoch bei dem Vertei-

lungsalgorithmus ökonomischen Überlegungen nur noch indirekt eine Rolle spielen. Alternativ kann von der Betriebsstruktur abstrahiert werden und die Landnutzung auch ökonomisch direkt auf einem Rastersystem modelliert werden (Kuhlmann et al., 2002). Dies impliziert jedoch einen Abstraktionsgrad, der nur bei langfristiger Betrachtungsweise gerechtfertigt ist. Ein Kompromiss besteht in der Spezifizierung von Betriebsmodellen auf Schlagebene, wie beispielsweise im Modell MODAM (Zander und Kächele, 1999) oder CULTIVASIM (Aurbacher und Dabbert, 2009). Hier bleibt jedoch immer noch das Problem, die Landnutzungsanteile auf Schlagebene in Kulturfolgen umzuwandeln. Die kann prinzipiell durch eine statistische Simulation erfolgen. Durch die Berücksichtigung der Vorkultur kann diese Simulation verbessert werden. Bereits Castellazzi et al. (2008) verwenden einen sogenannten Markov-Ketten-Ansatz, um Fruchtfolgen zu modellieren. Hier wird jedoch erstmals eine solche Übergangsmatrix an Kulturanteilen kalibriert und mit einer einfachen Simulation ohne Berücksichtigung der Vorkultur verglichen.

METHODIK

Mit einem flächenscharfen Betriebsmodell auf LP-Basis werden die für den modellierten Beispielbetrieb optimalen Kulturanteile für jeden Schlag bestimmt. Um auch für den Fall von gleichen Deckungsbeiträgen der Kulturen auf verschiedenen Schlägen immer eine eindeutige Lösung zu garantieren, wird das Modell um einen Maximum-Entropie-Ansatz erweitert (Aurbacher und Dabbert, 2009). Die Ergebnisse werden auf zwei Arten durch statistische Simulation in konkrete Landnutzungsfolgen umgewandelt. Bei der *einfachen stochastischen Simulation* (ESS), werden die Kulturanteile des Betriebsmodells als Wahrscheinlichkeiten für das Auftreten dieser Kulturen in jedem Jahr interpretiert und mit diesen Wahrscheinlichkeiten durch eine Zufallssimulation Landnutzungsfolgen generiert. Bei der *Markov-stochastischen Simulation* (MSS) wird zunächst eine Übergangsmatrix so kalibriert, dass sie die Kulturanteile des Betriebsmodells wiedergibt. Mit dieser Übergangsmatrix wird dann eine stochastische Simulation durchgeführt, die die jeweilige Vorkultur berücksichtigt. Basis dafür ist eine Prior-Matrix, die aus Beobachtungen oder Expertenbefragung im jeweiligen Untersuchungsgebiet gewonnen werden muss, und die die üblichen Fruchtfolgemöglichkeiten für die betrachteten Kulturen wiedergibt. Die Kalib-

¹ Joachim Aurbacher ist wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Landwirtschaftliche Betriebslehre der Universität Hohenheim, Stuttgart, Deutschland (joachim.aurbacher@uni-hohenheim.de).

ration der Übergangsmatrix erfolgt dann zweistufig durch folgenden Cross-Entropie-Ansatz:

$$\min! H(u, e) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N (u_{i,j} \cdot \log \frac{u_{i,j}}{r_{i,j}}) + \alpha \sum_{j=1}^N \sum_{v=1}^V (e_{j,v} \cdot \log e_{j,v})$$

wobei:

$$\begin{aligned} X_j &= \sum_{i=1}^N X_i \cdot u_{i,j} + \sum_{v=1}^V c_v \cdot e_{j,v} \quad \forall j \\ u_{j|X_j=0} &= 0 \quad \forall j \\ u_{i,j|e_{i,j}=0} &= 0 \quad \forall i, j \\ \sum_{j=1}^N u_{i,j} &= 1 \quad \forall i \\ \sum_{v=1}^V e_{j,v} &= 1 \quad \forall j \\ e_{j,v} &\in [0,1] \quad \forall j, v^2 \end{aligned} \quad (1)$$

Da es vorkommen kann, dass die Vorkultur vor dem ersten Übergang nicht zu den Lösungskulturen des LP-Modells gehört, sollen auch die Zeilen der Übergangsmatrix ($u_{i,j}$) korrekt kalibriert werden, für die $X_i=0$ ist. Dazu wird der obige Ansatz leicht modifiziert ein zweites Mal optimiert. Dabei werden die $u_{i,j}$, die zu Kulturen mit $X_i>0$ gehören, auf die im ersten Durchgang gefundenen Werte festgelegt und in Gleichung 1 werden für alle X_i beliebige Werte >0 (beispielsweise eine Gleichverteilung) eingesetzt. Dies hat zur Folge, dass die Matrix so kalibriert wird, dass der Übergang von jeder beliebigen Startkultur sicher zu einer Kultur erfolgt, die auch Teil der LP-Lösung ist und die Markov-Kette „nicht falsch einfädeln“ kann. Der Landnutzungsvektor (beim Vorhandensein von nur einer Kultur pro Schlag ein Einheitsvektor) des Vorjahres wird dann mit der kalibrierten Übergangsmatrix multipliziert. Dies ergibt die (bedingten) Wahrscheinlichkeiten des Auftretens der Kulturen im Folgejahr, mit denen dann eine stochastische Simulation durchgeführt werden kann.

Die Treffgenauigkeit und Streuung der beiden dargestellten Ansätze (ESS und MSS) wurden durch Erstellung und Auswertung von Landnutzungsfolgen unterschiedlicher Länge überprüft.

ERGEBNISSE

Mit den oben dargestellten Ansätzen wurden Landnutzungsfolgen von 3 bis 100 Jahren für einen Beispielbetrieb erstellt. Dies wurde jeweils 200 Mal wiederholt. Beide Verfahren treffen im Mittel die angestrebten Häufigkeiten, was aufgrund der Methode auch zu erwarten war (vgl. Abbildung 1). Bei der Varianz der modellierten Häufigkeiten zeigten sich jedoch signifikante Unterschiede. Die Varianzen der Häufigkeiten der Markov-Simulationen sind deutlich (um ein Drittel bis zur Hälfte) geringer als bei der einfachen stochastischen Simulation. MSS gibt also die angestrebten Landnutzungsverhältnisse präziser wieder als ESS. Dies könnte die notwendige Zahl der Wiederholungen bei Landnutzungsmodellierungen verringern. Die statistische Absicherung dieses Vorteils für kurze Folgen ist jedoch schwierig,

da die einschlägigen statistischen Tests (F-Test, Kruskal-Wallis-Test) für kleine Fallzahlen hier nicht zulässig sind. Dennoch erscheint der vorgestellte Ansatz vorteilhaft und flexibel, um Modelle mit unterschiedlichen Datenstrukturen in interdisziplinären Modellverbünden miteinander zu koppeln.

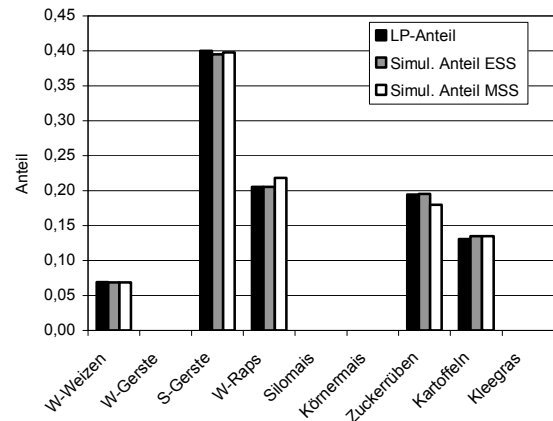


Abbildung 1. Kulturanteile des LP-Modells, der einfachen Simulation und der Markov-Simulation (Unterschiede nicht signifikant)

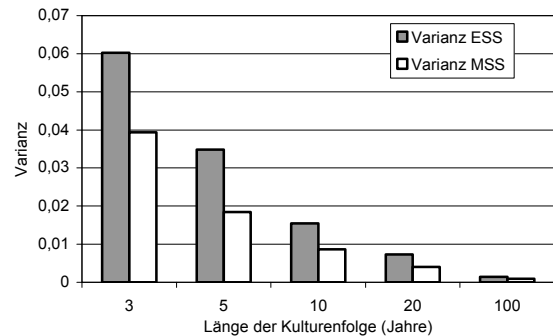


Abbildung 2. Varianzen der Kulturanteile der einfachen Simulation und der Markov-Simulation (Unterschiede bei 20 und 100 Jahren auf dem 5%-Niveau signifikant (F-Test))

LITERATUR

- Aurbacher, J. und Dabbert, S. (2009). Integrating GIS-based field data and farm modelling in a watershed to assess the cost of erosion control measures: An example from Southwest Germany, *Journal of Soil and Water Conservation*, 64 (5): 350-362.
- Castellazzi, M. S., Wood, G. A., Burgess, P. J., Morris, J., Conrad, K. F. und Perry, J. N. (2008). A systematic representation of crop rotations, *Agricultural Systems*, 97 (1/2): 26-33.
- Herrmann, S., Dabbert, S. und Schwarz-Von Rauher, H.-G. (2003). Threshold values for nature protection areas as indicators for bio-diversity - a regional evaluation of economic and ecological consequences, *Agriculture, Ecosystems and Environment*, 98 (1-3): 493-506.
- Kuhlmann, F., Möller, D. und Weinmann, B. (2002). Land use modelling: aggregate farm versus raster landscape approach. / Modellierung der Landnutzung - Regionshöfe oder Raster-Landschaft?, *Berichte über Landwirtschaft*, 80 (3): 351-392.
- Zander, P. und Kächele, H. (1999). Modelling multiple objectives of land use for sustainable development, *Agricultural Systems*, 59: 311-325.

² Bedeutung der Symbole: H: Kreuz-Entropie, X: Umfang der Kulturen gemäß LP-Modell, N: Zahl der Kulturen, u: Elemente der Übergangsmatrix, r: Elemente der Prior-Matrix, e: Fehlerwerte, c: Fehlerstützwerte, i, j: Kulturen, v: Fehlerwert-Index, V: Anzahl der Fehlerstützwerte, α: Wichtungsfaktor