Die Quantifizierung von Marktrisiken in der Tierproduktion mittels Value-at-Risk und Extreme-Value-Theory

Quantification of market risk in livestock production using Value-at-Risk and Extreme Value Theory

Martin ODENING und Jan HINRICHS

Zusammenfassung

Die Zielsetzung des Beitrages besteht darin, verschiedene Schätzverfahren für das Risikomaß Value-at-Risk (VaR) am Beispiel der Schweineproduktion vergleichend gegenüber zu stellen. Einführend werden traditionelle VaR-Methoden, konkret die Varianz-Kovarianz-Methode (VKM) und die Historische Simulation (HS), vorgestellt. Dabei wird insbesondere auf Probleme eingegangen, die bei Vorliegen leptokurtischer Verteilungen sowie bei längerfristigen VaR-Prognosen auftreten können. Anschließend wird auf die Extreme-Value-Theory zurück gegriffen, um die angesprochenen Probleme besser handhaben zu können. Schließlich werden die genannten Methoden herangezogen, um VaR-Prognosen in der Schweineproduktion, basierend auf deutschen Marktdaten, zu erstellen. Dabei werden die Unterschiede zwischen den verschiedenen Schätzverfahren deutlich.

Schlagworte: Value-at-Risk, Extreme-Value-Theory, Risiko in der Schweineproduktion

Summary

This paper investigates the performance of different Value-at-Risk (VaR) models in the context of risk assessment in hog production. The paper starts with a description of traditional VaR models, i.e. Variance-Covariance-Method (VCM) and Historical Simulation (HS). We ad-

Erschienen 2005 im *Jahrbuch der Österreichischen Gesellschaft für Agrarökonomie*, Band 12, S. 149-165. On-line verfügbar: www.boku.ac.at/oega

dress two well known problems, namely the fat tailedness of return distributions and the time aggregation of VaR forecasts. Next, Extreme Value Theory (EVT) is introduced in order to overcome these problems. Finally, the previously described methods are used to calculate the VaR of the hog production under German market conditions. It turns out that EVT, VCM, and HS lead to different VaR forecasts if the return distributions are fat tailed and if the forecast horizon is long.
Keywords: Value-at-Risk, Extreme Value Theory, Risk in Hog Production

1. Einleitung

Die jüngste BSE-Krise und die fast zeitgleich aufgetretene Maul- und Klauenseuche haben Ende 2000 zu erheblichen Turbulenzen auf den deutschen und europäischen Rinder- und Schweinemärkten geführt. Diese Ereignisse in Verbindung mit der Einschätzung, dass durch die zu erwartende Deregulierung der Agrarmärkte in der Europäischen Union die Erzeugerpreisschwankungen tendenziell zunehmen werden, erwecken den Wunsch nach geeigneten Indikatoren zur Quantifizierung von Marktrisiken. Während die Analyse und die Steuerung von Produktionsrisiken im landwirtschaftlichen Bereich traditionell einen agrarökonomischen Forschungsschwerpunkt bilden, wurde der Quantifizierung und Prognose von Marktrisiken – zumindest aus einzelbetrieblicher Perspektive – bislang vergleichsweise wenig Aufmerksamkeit geschenkt. Demgegenüber hat sich im Finanzbereich das Konzept des Value-at-Risk (VaR) als Standardverfahren in diesem Zusammenhang etabliert (JORION 1997). Es liegen auch bereits Überlegungen zur Übertragung dieses Konzeptes auf den Nichtfinanzbereich vor (DIGGELMANN 1999), und MANFREDO und LEUTHOLD (2001) weisen speziell auf seine Anwendungsmöglichkeiten im Agribusiness hin. Bei der Anwendung von VaR treten eine Reihe von Spezifikationsfragen und methodischen Problemen auf, von denen einige in diesem Beitrag diskutiert werden sollen. Der Fokus liegt – motiviert durch die einleitend erwähnten extremen Ereignisse auf den europäischen Viehmärkten – auf der Frage, inwieweit die Prognose besonders ungünstiger Marktkonstellationen durch die Anwendung der sogenannten Extreme-Value-Theory (EVT) im Vergleich zu herkömmlichen Verfahren der

VaR-Schätzung verbessert werden kann. Auf das Potenzial der EVT ist in diesem Zusammenhang in jüngster Zeit mehrfach hingewiesen worden (DANIELSSON und DE VRIES 2000, DIEBOLD et al. 1998).

Der Beitrag ist wie folgt aufgebaut: Abschnitt 2 beinhaltet eine Definition von VaR und eine kurze Beschreibung traditioneller Schätzverfahren. Abschnitt 3 stellt Grundlagen der Extreme-Value-Theory dar und erläutert, wie dieses Konzept zur VaR-Schätzung herangezogen werden kann. In Abschnitt 4 wird die zuvor dargestellte Methodik eingesetzt, um das Marktrisiko in der Schweineproduktion für deutsche Marktverhältnisse zu quantifizieren. Der Beitrag endet mit Schlussfolgerungen für Methodenwahl und Spezifikation von VaR-Modellen im landwirtschaftlichen Kontext.

2. Value-at-Risk

2.1 Definition

Kurz gefasst drückt VaR den maximalen Vermögensverlust aus, den ein Unternehmen innerhalb eines definierten Zeitraumes mit einer bestimmten Irrtumswahrscheinlichkeit in Folge von Marktpreisschwankungen erleiden kann. Sei *W* der Wert einer Vermögensposition und *V* die zufallsbehaftete Wertänderung dieses Vermögens innerhalb eines Zeitraumes $h = \Delta t = t_1 - t_0$, dann ist VaR wie folgt definiert:

$$\text{VaR} = E(V) - V^* \qquad (1)$$

mit *E(V)* dem Erwartungswert der Wertänderung und *V** derjenigen Wertänderung, für die gilt:

$$\int_{-\infty}^{V^*} f(v)\,dv = \text{Prob}(V \leq V^*) = p \qquad (2)$$

Unter Verwendung der Definitionsgleichung $V = W_{t_0} \cdot X$ mit $X = ln(W_{t_1} / W_{t_0})$ lässt sich VaR auch als Funktion der kritischen Rendite X^* ausdrücken:

$$\text{VaR} = W_{t_0}(E(X) - X^*) \qquad (3)$$

wobei *E(X)* und *X** analog zu *E(V)* und *V** definiert sind. Aus (2) wird deutlich, dass die Berechnung von VaR dem Auffinden eines speziellen Quantils der Verteilung der Wertänderung, d.h. der Gewinne bzw.

Verluste, gleichkommt. Man spricht auch von der „Profit-and-Loss-Distribution“ (P&L-Distribution).

2.2 Traditionelle Methoden der VaR-Berechnung

In der Literatur werden unter anderem die Varianz-Kovarianz-Methode (VKM) und die historische Simulation (HS) als Verfahren zur Berechnung von VaR genannt, die im Folgenden kurz angesprochen werden sollen. Ausführlichere Beschreibungen finden sich bei JORION (1997).

Die Varianz-Kovarianz-Methode (VKM), auch als parametrische, analytische oder Delta-Normal-Methode bezeichnet, bestimmt VaR direkt als Funktion der Standardabweichung der Portfoliorendite σ. Unterstellt man für die Rendite eine Normalverteilung, so gilt

$$\mathrm{VaR} = W_{t_0} \cdot c \cdot \sigma \cdot \sqrt{h}\ . \tag{4}$$

Dabei bezeichnet c das zu p gehörende Quantil der Standardnormalverteilung, und $\sqrt{h}$ passt den gewünschten Prognosezeitraum (Holding Period) an den Bezugszeitraum der Volatilität σ an. Diese wird aus den Varianzen und Kovarianzen der verschiedenen Portfoliokomponenten und Marktfaktoren σ_{ij} berechnet:

$$\sigma_p = \left(\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} w_i \cdot w_j \cdot \sigma_{ij} \right)^{0.5} \tag{5}$$

Darin sind w die Gewichte der Portfoliobestandteile i und j. Als Vorteile der VKM werden der geringe Rechenaufwand, und die Möglichkeit Wenn-Dann-Analysen durchzuführen, genannt. Im Zusammenhang mit der Prognose extremer Ereignisse wird insbesondere die oben angesprochene Normalverteilungsannahme kritisiert, die zu einer Unterschätzung des VaR führt, wenn die Profit-and-Loss-Distribution leptokurtisch ist, d.h. "Fat Tails" aufweist. Letzteres ist in Bezug auf finanzwirtschaftliche Daten häufig der Fall.

Die Historische Simulation (HS) bestimmt die Profit-and-Loss-Distribution als empirische Verteilungsfunktion direkt aus den Vergangenheitsdaten. Somit ist keine explizite Verteilungsannahme notwendig, und die diesbezügliche Kritik an der VKM greift hier nicht. Allerdings wird implizit von einer Verteilungskonstanz ausgegangen.

Als problematisch erweist sich, dass die empirische Verteilungsfunktion zwar um den Mittelwert relativ glatt verläuft, jedoch angesichts der geringen Anzahl von extremen Stichprobenwerten an den Rändern diskrete Sprünge aufweist. Je größer bzw. kleiner die gewünschte Wahrscheinlichkeit ist, umso unsicherer wird die Schätzung des zugehörigen Quantils, und entsprechend empfindlich reagiert sie auf Veränderungen des Datensamples. Über Ereignisse, die schlechter sind als das Stichprobenminimum kann per definitionem nichts ausgesagt werden. Möglichkeiten, diese Probleme zu umgehen, bietet die Extreme-Value-Theory, die in Abschnitt 3 beschrieben wird.

2.3 Zeitaggregation von VaR-Prognosen

Aus der Sicht landwirtschaftlicher Unternehmen besteht Bedarf, VaR-Prognosen zu erstellen, deren Horizont größer ist als das Messintervall der zugrunde liegenden Daten, etwa auf der Basis wöchentlicher Daten das VaR für drei oder sechs Monate zu bestimmen. Es existieren grundsätzlich zwei Möglichkeiten, VaR-Prognosen für eine längere „Holding-Period" zu erstellen: Entweder man misst die Wertveränderungen über den Zeitraum, den es zu prognostizieren gilt, d.h. man schätzt das VaR auf der Basis drei- oder sechsmonatiger Renditen, oder man rechnet eine kürzerfristige (z.B. wöchentliche) VaR-Schätzung auf den gewünschten Zeitraum hoch. Das erstgenannte Vorgehen ist unabhängig von der Renditeverteilung möglich; es weist allerdings den gravierenden Nachteil auf, dass sich die Zahl der Beobachtungen stark reduziert. Stehen beispielsweise wöchentliche Daten über einen Zeitraum von 10 Jahren zur Verfügung und soll ein Halbjahres-VaR berechnet werden, so kann sich die Schätzung nur auf 20 Beobachtungen stützen. Für die zweite Vorgehensweise, die Hochrechnung von VaR-Schätzungen (Time-Scaling, Time-Aggregation), wird häufig die Square-Root-Regel herangezogen:

$$\mathrm{VaR}(h) = \mathrm{VaR}(1) \cdot \sqrt{h} \qquad (6)$$

Darin ist VaR(1) das Ein-Perioden-VaR und VaR(h) entsprechend das h-Perioden-VaR. DIEBOLD et al. (1998) zeigen, dass eine fehlerfreie Umrechnung mittels (6) an verschiedene Bedingungen geknüpft ist. Erstens, darf sich die Struktur des betrachteten Portfolios im Zeitablauf natürlich nicht ändern. Zweitens, müssen die Renditen identisch und unabhängig verteilt sein (iid Annahme), und drittens, müssen sie normalverteilt sein. Von der Strukturkonstanz des Portfolios soll im Weiteren ausgegangen werden. Wie (6) zu modifizieren ist, falls die iid-Annahme erfüllt ist, jedoch keine Normalverteilung, sondern eine Fat-Tail-Distribution vorliegt, wird in Abschnitt 3 diskutiert.

3. Extreme-Value-Theory

3.1 Grundlegende Konzepte

In Abschnitt 2 wurden traditionelle Verfahren zur VaR-Schätzung beschrieben. Bezüglich der Prognose sehr seltener Ereignisse wurden sowohl bei der VKM als auch bei der HS Nachteile deutlich. Einen Ansatz zur Verbesserung der Schätzgüte extremer Quantile bietet die Extreme-Value-Theory (EVT). Sie liefert spezielle statistische Grundlagen für die Schätzung der Ränder von Wahrscheinlichkeitsverteilungen, von denen einige nachstehend kurz angesprochen werden sollen. Eine ausführliche Darstellung findet sich bei EMBRECHTS et al. (1997). Zentrales Anliegen der EVT ist es, Aussagen über Stichprobenextrema (Maxima oder Minima) zu treffen. Genauer gesagt wird gefragt, gegen welche Verteilung Stichprobenextremwerte streben. EMBRECHTS et al. (1997, S. 131) zeigen, dass die Stichprobenmaxima einer Verteilung F, die "Fat Tails" aufweist, gegen die Frechet-Verteilung $\Phi(x) = exp\left(x^{\alpha}\right)$ konvergiert, wenn folgende Bedingung erfüllt ist:

$$1 - F(x) = x^{-\alpha} L(x) \qquad (7)$$

(7) entspricht der Forderung, dass der Rand der Verteilung F gemäß einer Potenzfunktion ausläuft. Darin ist $L(x)$ eine langsam variierende Funktion, die häufig als Konstante gewählt wird, und α ist der Tail-Index der Verteilung. Je kleiner α ist, umso größeres Gewicht haben die Ränder der Verteilung F. Für das weitere Vorgehen lässt sich schlussfolgern, dass sich Wahrscheinlichkeiten bzw. Quantile für den äußersten Rand einer nicht notwendigerweise bekannten Verteilung F mit "Fat Tails" bestimmen lassen, indem der Tail Index α auf geeignete Weise geschätzt wird (siehe unten).

Die Erkenntnisse der EVT haben auch Implikationen für das oben diskutierte Problem der Konversion kurzfristiger in längerfristige VaR-Prognosen. Angenommen, für eine Ein-Perioden-Rendite X gilt

$P(|X| > x) = Cx^{-\alpha}$, dann folgt auf Grund der näherungsweise linearen Additivität der Ränder von Fat-Tail-Verteilungen (DANIELSSON und DE VRIES 2000):

$$P(X_1 + X_2 + \cdots + X_h > x) = hCx^{-\alpha} \tag{8}$$

Das bedeutet, die Hochrechnung der Einperioden-VaR-Prognose für h Perioden erfolgt bei fat-tailed Renditen unter der iid-Annahme mittels:

$$\mathrm{VaR}(h) = \mathrm{VaR}(1) \cdot h^{1/\alpha} \tag{9}$$

Weisen die Renditen endliche Varianzen auf, impliziert dies $\alpha > 2$ und somit einen kleineren Skalierungsfaktor als von der Square-Root-Regel postuliert (DANIELSSON et al. 1998).

3.2 Schätzung des Tail-Index

Um den Rand der Fat-Tail-Verteilung $F(x)$ aus empirischen Daten zu schätzen und Quantile dieser Verteilung zu bestimmen, kann auf verschiedene Schätzverfahren zurückgegriffen werden. Ein verbreitetes Verfahren ist der Hill-Schätzer, von dem gezeigt werden kann, dass er konsistent und asymptotisch normalverteilt ist (DIEBOLD et al. 1998). Dazu sind die beobachteten Verluste X der Größe nach zu ordnen: $X_1 > X_2 > \cdots > X_k > \cdots X_n$. Der Tail-Index α kann dann wie folgt geschätzt werden:

$$\hat{\alpha}(k) = \left(\frac{1}{k} \sum_{i=1}^{k} ln\, X_i - ln\, X_{k+1} \right)^{-1} \tag{10}$$

Die Funktion $L(x)$ in (7) wird durch eine Konstante C approximiert. Deren Schätzer lautet (EMBRECHTS et al. 1997, S. 334):

$$\hat{C}_k = \frac{k}{n} X_{k+1}^{\hat{\alpha}} \tag{11}$$

Aus (10) und (11) lassen sich Schätzfunktionen für den Rand der Verteilung $F(x)$ und das p-Quantil x_p ableiten. Die Durchführung der Schätzung setzt die Festlegung des Grenzwertes X_k bzw. die Anzahl der Stichprobenwerte k voraus, die in die Schätzung einbezogen werden. Unglücklicherweise kann das Schätzergebnis stark durch diese Wahl beeinflusst werden. Zudem besteht ein Trade-Off: Je mehr Daten man für die Schätzung des Tail-Index α verwendet, um so geringer wird die Varianz des Schätzers; allerdings erhöht sich gleichzeitig der

Bias, denn die unterstellte Potenzfunktion (12) gilt eben nur für den Rand der Verteilung. Um dieses Problem zu lösen, entwickeln DANIELSSON et al. (2001) ein Bootstrap-Verfahren zur Bestimmung des Stichprobenanteils *k/n*, das den asymptotischen mittleren quadratischen Schätzfehler minimiert. Auf dieses Verfahren wird auch in der nachfolgenden Anwendung zurückgegriffen.

4. Anwendung „Tierproduktion“

4.1 Modell und Daten

In Anlehnung an MANFREDO und LEUTHOLD (2001), die die Marktrisiken in der US-amerikanischen Bullenmast mit Hilfe von VaR untersuchen, soll dieses Konzept nun herangezogen werden, um das Marktrisiko in der Schweineproduktion für europäische Marktverhältnisse zu quantifizieren. Ziel ist die Bestimmung des VaR für einen Zeithorizont von 12 Wochen. Dabei werden drei Sichtweisen eingenommen: Erstens, die eines Ferkelproduzenten, zweitens, die eines Verbundbetriebes, der selbsterzeugte Ferkel mästet und drittens, die eines spezialisierten Schweinemästers, der Ferkel zukauft. Ferkel und Schweine werden nicht über Vertragsproduktion zu vorab definierten Preisen, sondern zu aktuellen Marktpreisen gekauft bzw. verkauft. Der Geldüberschuss (Veredlungsmarge) CF_t zu einem Zeitpunkt t bezogen auf ein Ferkel bzw. Schwein lautet

$$CF_t = a \cdot P_t - \sum_{i=1}^{K} b_i Z_{it} \tag{12}$$

und kann dann wie ein Portfolio betrachtet werden, das sich aus einer Long-Position (dem Produktpreis P) und mehreren Short-Positionen (den Faktorpreisen Z_i) zusammensetzt. Damit lässt sich (5) unmittelbar übertragen, wobei die Portfoliogewichte a und b_i die Bedeutung von produktionstechnischen Koeffizienten (Schlachtgewicht, Futterverbrauch etc.) haben. Empirische Untersuchungen von ODENING und MUßHOFF (2002) zeigen, dass das Marktrisiko in der Schweineproduktion fast ausschließlich durch die Ferkel- und Schweinepreise hervorgerufen wird. Andere Aufwandspositionen, wie z.B. Futterkosten, beeinflussen zwar das Niveau der Produktionsmarge, unterliegen in

Deutschland aber nur geringen Schwankungen. Für die Berechnung des VaR spielen sie daher praktisch keine Rolle. Aus diesem Grund wird im Folgenden das VaR vereinfachend für drei Zeitreihen ausgewiesen: Für die Erzeugerpreise von Ferkeln (Sichtweise des Ferkelerzeugers), für die Erzeugerpreise für Schlachtschweine (Sichtweise des Verbundbetriebes) und die Differenz aus Erlösen und Ferkelpreisen (Sichtweise des spezialisierten Mastbetriebes), wobei ein Schlachtgewicht von 80 kg angenommen wird. Es ist hervorzuheben, dass es sich hier nicht um eine Anwendung des VaR-Konzeptes im engeren Sinne handelt, sondern vielmehr ein Cash-Flow-at-Risk (CFaR)[1] berechnet wird (DOWD 1998, S. 239 f.). Trotz der formalen Analogie ist auf Unterschiede in der Interpretation beider Größen hinzuweisen: Während VaR den Wertverlust einer Vermögensposition quantifiziert, bezieht sich CFaR auf eine Stromgröße, eben den Cash Flow. Der informatorische Wert des CFaR dürfte daher vor allem für eine risikoorientierte mittelfristige Finanzplanung gegeben sein.

Die Preiszeitreihen wurden von der Zentralen Markt und Preisberichtstelle Berlin (ZMP) zur Verfügung gestellt. Es handelt sich um wöchentliche Notierungen im Zeitraum von Januar 1994 bis Oktober 2001 für die fünf neuen Bundesländer. Die Ferkelpreise in Euro je kg Lebendgewicht beziehen sich auf Ringferkel von handelsüblicher Qualität. Bei den Schweinepreisen wurde ein Durchschnittspreis in Euro je kg Schlachtgewicht über die Handelsklassen E bis P gebildet. Gegenstand der Betrachtung sind nicht die Preiszeitreihen selbst, sondern die wöchentlichen Veränderungen der Preise.

4.2 Empirische Ergebnisse

Entsprechend den Ausführungen in Abschnitt 2 ist zunächst zu klären, welche Verteilungen der Marktfaktoren der Berechnung des VaR zugrunde zu legen sind. Dabei geht es erstens um die Frage „bedingt oder unbedingt“ und zweitens um die Entscheidung „fat tailed oder thin tailed“. Ausschlaggebend für die Entscheidung zwischen bedingten und unbedingten Vorhersagen ist der angestrebte Prognosezeit-

[1] Dessen ungeachtet wird bei der Diskussion der Ergebnisse im Folgenden weiter von VaR (im weiteren Sinne) gesprochen.

raum. Während bedingte Modelle für kurzfristige Prognosen überlegen sind, nimmt ihr Wert mit zunehmendem Zeithorizont ab. Die jüngere Vergangenheit der Datenreihe sagt wenig über die Wahrscheinlichkeit weit in der Zukunft liegender Ereignisse aus (CHRISTOFFERSON und DIEBOLD 2000). Dies gilt insbesondere für die Prognose extremer Ereignisse, von denen angenommen werden kann, dass sie stochastisch unabhängig sind. Aus diesem Grund empfehlen DANIELSSON und DE VRIES (2000) Aussagen über extreme Ereignisse aus unbedingten Verteilungen abzuleiten. Wir folgen im weiteren dieser Argumentation.

Es bleibt die Frage zu klären, ob die betrachteten Zeitreihen fat tailed sind oder nicht. Zu diesem Zweck wird ein Kolmogorov-Smirnoff-Anpassungstest durchgeführt. Es zeigt sich, dass die Nullhypothese normal verteilter Zufallsvariablen bei einem Signifikanzniveau von 5 % für alle drei Verteilungen abzulehnen ist. Bei den Veränderungen der Ferkelpreise überschreitet der Prüfquotient mit 0,086 auch den kritischen Wert von 0,081 für das 1% Signifikanzniveau. Ein ebenfalls durchgeführter Jarque-Bera-Test, der Abweichungen von der Normalverteilung in Bezug auf Schiefe und Wölbung zusammenfasst, bestätigt die Ablehnung dieser Verteilung für die drei betrachteten Zufallsvariablen. Der kritische Wert der Teststatistik beträgt auf dem 1% Signifikanzniveau 9,2 und wird durch die entsprechenden empirischen Werte der Ferkelpreise (55,4), der Schweinepreise (55,1) und der Marge (23,5) überschritten. Die Testergebnisse stützen die Hypothese des Vorhandenseins von "Fat Tails". Diesem Befund entsprechend soll im nächsten Schritt eine EVT-Schätzung durchgeführt werden. Abb. 1 stellt das Ergebnis grafisch beispielhaft für die Schweinepreise dar. Zum Vergleich sind auch die mittels VKM und HS bestimmten Verteilungen abgebildet.

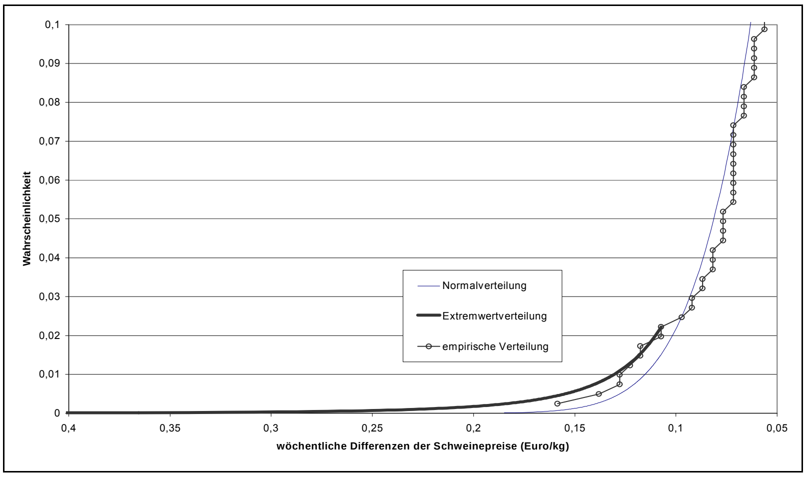

Abb. 1: Vergleich von Extremwertverteilung, Normalverteilung und empirischer Verteilung

Die geschätzten Tail-Indices der Extremwertverteilungen für die 1-Wochen-Differenzen der Ferkelpreise bzw. der Schweinepreise lauten 5,37 bzw. 4,08. Auf Grund der positiven Korrelation der Veränderung der Schlachtschweine- und Ferkelpreise sind die Schwankungen der Veredlungsmarge weniger extrem als die der beiden Preisreihen selbst. Dies drückt sich in einem vergleichsweise großen Tail-Index von 7,23 aus.

Um das angestrebte Ziel – die Bestimmung des 12-Wochen-VaRs – zu erreichen, müssen die 1-Wochen-VaRs in einem zweiten Schritt hochgerechnet werden. Für die mittels HS und VKM berechneten VaRs geschieht dies mit der Square-Root-Regel, d.h. durch Multiplikation mit dem Faktor 3,464. Die zu der Extremwertverteilung gehörigen Quantile werden dagegen mit der Alpha-Root-Regel, d.h. unter Verwendung des jeweiligen Tail-Indexes a, hochgerechnet. Tab. 1 enthält die so ermittelten VaRs für verschiedene Konfidenzniveaus. Zur besseren Vergleichbarkeit wurden in Tab. 1 für die EVT-Schätzung auch für das Konfidenzniveau von 95 % die Werte der Extremwertfunktion ausgewiesen, obwohl diese bereits „rechts" von dem durch das Bootstrap-Verfahren bestimmten Grenzwertes X_{k+1} liegen.

Tab. 1: 1- und 12-Wochen-VaRs für die drei Zeitreihen und für verschiedene Konfidenzniveaus (95%, 99%, 99,9%)

	Ferkelpreis			**Schweinepreis**			**Marge**		
Konfidenz-niveau	95,0 %	99,0 % Euro	99,9 %	95,0 %	99,0 % Euro	99,9 %	95,0 %	99,0 % Euro	99,9 %
EVT									
1 Woche	0,130	0,176	0,270	0,088	0,131	0,230	6,786	8,476	11,653
SE	0,012	0,005	0,085	0,006	0,009	0,058	1,034	0,203	1,862
12 Wochen	0,207	0,280	0,429	0,162	0,240	0,422	9,567	11,950	16,429
HS									
1 Woche	0,104	0,182	-	0,077	0,128	-	5,358	8,303	-
SE	0,439	1,001	-	0,877	0,995	-	0,366	0,501	-
12 Wochen	0,361	0,631	-	0,266	0,443	-	18,562	28,764	-
VKM									
1 Woche	0,105	0,148	0,197	0,081	0,115	0,153	5,607	7,947	10,571
SE	0,004	0,005	0,007	0,003	0,004	0,005	0,199	0,281	0,373
12 Wochen	0,362	0,514	0,684	0,282	0,400	0,532	19,422	27,531	36,620

SE = asymptotischer Standardfehler

Im Vergleich zur EVT weist die VKM für eine kurzfristige Ein-Wochen-Prognose eine Unterschätzung auf. Diese Unterschätzung durch die VKM nimmt mit einem steigenden Konfidenzniveau zu. Das Ein-Wochen-VaR der VKM für die Ferkelpreise (Schweinepreise und Marge) ist auf dem 99,9% Niveau mit 0,197 Euro (0,153 und 10,571), bei einem durchschnittlichen Preis von 1,938 Euro (1,399 und 73,192) deutlich geringer als das der EVT mit 0,27 Euro (0,230 und 11,653). Die zunehmende Unterschätzung ist durch die Annahme der Normalverteilung bei der VKM zu erklären, die, wie oben gesehen, im Widerspruch zu den beobachteten "Fat Tails" der Verteilungen steht.

Der Vergleich von HS und EVT zeigt für eine Wahrscheinlichkeit von 99 % nur geringe Unterschiede, d.h. Verteilungsfunktionen der EVT und der HS schneiden sich in diesem Bereich (siehe Abb. 1). Für die Ferkelpreise ist das VaR der HS mit 0,182 Euro sogar höher als das der EVT mit 0,176 Euro. Für das 99,9 % Niveau können die Quantile mit HS nicht bestimmt werden, da sie außerhalb der in den Preiszeitreihen enthaltenen extremen Preisschwankungen liegen. Dieser eingangs angesprochene Nachteil der HS wird hier offenkundig.
Im Gegensatz zur tendenziellen Unterschätzung beim Ein-Wochen-VaR, ist mittelfristig eine Überschätzung der VaRs bei der HS und der VKM im Vergleich zur EVT zu beobachten. Das mittels EVT bestimmte 95-Prozent-Quantil für die Ferkelpreise (Schweinepreise und Marge) ist mit 0,207 Euro (0,162 und 9,567) geringer gegenüber der VKM mit 0,362 Euro (0,282 und 19,422), als auch gegenüber der HS mit 0,361 Euro (0,266 und 18,562). Die kurzfristige Unterschätzung des VaRs durch die HS und die VKM wird, abhängig von der Länge des Prognosehorizonts, durch eine zu konservative Hochrechnung mit der Square-Root-Regel überkompensiert[2].
In Bezug auf den (asymptotischen) Standardfehler (SE) der verschiedenen Schätzer ist Folgendes festzustellen[3]: Die VKM weist in Tab. 1 scheinbar den geringsten Schätzfehler auf. Dabei ist allerdings zu berücksichtigen, dass die Annahme der Normalverteilung als Bedingung für die hier vorgenommene Berechnung des SE der VKM nicht erfüllt ist. Der bereits angesprochene Nachteil der HS, der in relativ großen Schätzfehlern besteht, zeigt sich bei dem hier vorliegenden Stichprobenumfang von 405 Beobachtungen deutlich. Die EVT stellt diesbezüglich eine bessere Alternative dar. Eine Ausnahme bildet die Vered-

---

2 MC NEIL und FREY (2000) kritisieren die hier angewendete Hochrechnung mit $h^{1/\alpha}$ und favorisieren ein zweistufiges Verfahren, das in einer ersten Stufe bedingte Heteroskedastizität via GARCH-Schätzung berücksichtigt und in einer zweiten Stufe die EVT auf die Residuen des bedingten Schätzmodels anwendet.

3 Der asymptotische Standardfehler für die VKM lautet $SE(\hat{x}_p) = \sigma(2n)^{-1/2} c_p$ mit $\hat{x}_p$, dem geschätzten p-Quantil und c_p, dem p-Quantil der Standardnormalverteilung. Die Standardfehler für die HS wurden nach JORION (1998 S. 99) und die der EVT nach DANIELSSON und DE VRIES (1997) berechnet.

lungsmarge, deren Tailschätzung sich lediglich auf drei Extremwerte stützt.

Üblicherweise schließt sich an die VaR-Schätzung eine Validierung der Ergebnisse an. Dies geschieht meist in Form einer Quasi-Exante Prognose (Backtesting, Out-of-Sample-Prediction). Dazu wird der Beobachtungszeitraum in einen Schätzzeitraum und in einen Prognosezeitraum unterteilt. Durch Vergleich der theoretisch erwarteten und der tatsächlich beobachteten VaR-Überschreitungen im Prognosezeitraum kann die Plausibilität der verschiedenen Modelle getestet werden. Eine solche Validierung ist auf Grund des relativ kurzen Beobachtungszeitraums der Preisreihen in dieser Anwendung nicht möglich. So würde beispielsweise die Überschreitung eines 99 %-VaR nur einmal während 100 Perioden auftreten; im vorliegenden Fall wären dies 100*12 Wochen, also alle 23 Jahre. Dies stellt eine grundsätzliche Schwierigkeit dar, wenn der traditionell kurzfristige Prognosehorizont des VaR-Konzeptes deutlich erweitert werden soll. Die Problematik wird dadurch verschärft, dass die EVT-Schätzung sehr datenaufwändig ist, so dass eine Validierung hier besonders schwer fällt.

5. Zusammenfassung und Schlussfolgerungen

Die in diesem Beitrag vorgenommene exemplarische Anwendung verdeutlicht zunächst, dass das Konzept der EVT grundsätzlich auf Problemstellungen im Agribusiness übertragbar ist, was im Grunde nicht überrascht. Im Hinblick auf den Informationsgewinn durch Anwendung der EVT sind in der vorliegenden Untersuchung drei Punkte zu erkennen:

1. Bei kurzfristiger Betrachtung wird das VaR im Fall leptokurtischer Verteilungen für extreme Wahrscheinlichkeiten durch die Varianz-Kovarianz-Methode aber auch durch die Historische Simulation unterschätzt.
2. Bei mittelfristiger Betrachtung fällt der Unterschied zwischen Square-Root-Regel und Alpha-Root-Regel besonders ins Gewicht und überwiegt den erstgenannten Effekt.
3. Gegenüber der Historischen Simulation kann die Schätzgenauigkeit (gemessen als Standardfehler) erhöht werden.

Die Belastbarkeit der ersten beiden Aussagen wird allerdings dadurch gemindert, dass die Ergebnisse nicht durch eine Quasi-Exante-Prognose abgesichert werden können.

Um den Nutzen einer EVT-gestützten VaR-Prognose würdigen zu können, ist weiterhin nach der Notwendigkeit der Prognose extremer Ereignisse zu fragen, denn dort (und nur dort) liegen deren Vorzüge. Während in Finanzinstituten auf Grund des Basel-Akkords eine unmittelbare Verknüpfung zwischen VaR und der erforderlichen Mindesteigenkapitalausstattung hergestellt wird, sind derartige Implikationen für Unternehmen des Agribusiness nicht gegeben. Die Motivation liegt hier in der Identifikation von Situationen, die ruinöse Auswirkungen auf das Unternehmen haben können und in der Ableitung geeigneter Gegenmaßnahmen. In diesem Zusammenhang ist noch einmal auf den bereits angesprochenen Unterschied zwischen VaR und CFaR hinzuweisen. Um von einem hohen CFaR auf eine finanzielle Gefährdung des Unternehmens schließen zu können, muss zum einen das Ausgangsniveau berücksichtigt werden und zum anderen bekannt sein, wie lange der Cash Flow auf dem ausgewiesenen niedrigen Niveau verharrt. Die Erfahrung zeigt, dass Ferkelerzeuger und Schweinemäster durchaus operative Verluste verkraften können, sofern diese Phase nicht zu lange andauert und vorher oder anschließend durch entsprechende Gewinne kompensiert wird. Die Einbeziehung dieser Informationen dürfte wesentlicher sein, als der Übergang von einem 99 % - Quantil zu einem 99,9 % - Quantil. Ein weiterer Einwand, der sich allerdings eher gegen VaR im Allgemeinen als gegen dessen Schätzung mittels EVT richtet, ist die Beschränkung auf Marktrisiken. Die extremen Risiken, die von MKS oder BSE für einen individuellen Produzenten ausgehen können, sind produktionstechnischer Natur und drücken sich nicht allein in aggregierten Marktpreisen aus. Aus diesem Grund ist zu erwarten, dass sich das VaR-Konzept im Agribusiness langsamer und selektiver verbreiten wird, als dies im Finanzbereich der Fall ist.

Damit lässt sich folgendes Fazit ziehen: Ob eine Ausweisung extremer Quantile notwendig erscheint, hängt von der Anwendungssituation ab. Hier unterscheidet sich die Sichtweise eines Schweinemästers oder Ferkelproduzenten von der eines Traders, der mit Terminkontrakten auf Schweine handelt oder von der eines Versicherungsunternehmens, das Tierseuchen versichert. *Wenn* eine Ausweisung extremer Quantile (z.B. 99 % oder höher) wünschenswert erscheint, dann sollten diese im Fall leptokurtischer Verteilungen ergänzend mit EVT geschätzt werden. Der zusätzliche Rechenaufwand wird durch die höhere Schätzgenauigkeit im äußeren Rand der Verteilung sowie durch markante Unterschiede bei der zeitlichen Aggregation der VaR-Prognosen gerechtfertigt.

Literatur

CHRISTOFFERSEN, P.F. and DIEBOLD, F.X. (2000): How Relevant is Volatility Forecasting for Financial Risk Management? Review of Economics and Statistics 82: 1-11.

DANIELSSON, J. and DE VRIES, C.G. (1997): Beyond the Sample: Extreme Quantile and Probability Estimation. Working Paper, London School of Economics.

DANIELSSON, J. and DE VRIES, C.G. (2000): Value-at-Risk and Extreme Returns. Annals d'Economie et de Statistique 60: 239-269.

DANIELSSON, J., HARTMANN, P. and DE VRIES, C.G. (1998): The Cost of Conservatism. Risk 11: 101-103.

DANIELSSON, J., DE HAAN, L., PENG, L. and DE VRIES, C.G. (2001): Using a Bootstrap Method to Choose the Sample Fraction in Tail Index Estimation. Journal of Multivariate Analysis 76: 226-248.

DIEBOLD, F.X., SCHUERMAN, T. and STROUGHAIR, J.D. (1998): Pitfalls and Opportunities in the Use of Extreme Value Theory in Risk Management. Working Paper 98-10, The Wharton School, University of Pennsylvania.

DIGGELMANN, P.B. (1999): Value at Risk. Kritische Betrachtung des Konzepts; Möglichkeiten der Übertragung auf den Nichtfinanzbereich. Versus, Zürich.

DOWD, K. (1998): Beyond Value at Risk. Wiley, Chicester u.a.

EMBRECHTS, P., KLÜPPELBERG, C. and MIKOSCH, T. (1997): Modeling Extremal Events for Insurance and Finance. Springer, Berlin.

JORION, P. (1997): Value at Risk – The New Benchmark for Controlling Market Risk. McGraw-Hill, New York.

MANFREDO, M.R. and LEUTHOLD, R.M. (2001): Market Risk and the Cattle Feeding Margin: An Application of Value-at-Risk. Agribusiness 17: 333-353.

MCNEIL, A.J. und FREY, R. (2000): Estimation of Tail-Related Risk Measures for Heteroskedastic Financial Time Series: an Extreme Value Approach. Journal of Empirical Finance 7: 271-300.

ODENING, M. und MUßHOFF, O. (2002): Value-at-Risk – ein nützliches Instrument des Risikomanagements in Agrarbetrieben? In: Brockmeier, M. et al. (Hrsg.): Liberalisierung des Weltagrarhandels - Strategien und Konsequenzen. Schriften der Gesellschaft für Wirtschafts- und Sozialwissenschaften des Landbaus, Band 37 (im Druck).

Anschrift der Verfasser

Martin Odening und Jan Hinrichs,
Institut für Wirtschafts- und Sozialwissenschaften des Landbaus,
Humboldt-Universität zu Berlin,
D-10099 Berlin, Luisenstraße 56
Tel.: +49 030 2093 6487
eMail: m.odening@agrar.hu-berlin